

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
цифровых технологий



Кургалин С. Д.

03.05.2023г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.О.14 Аналитическая геометрия

- 1. Код и наименование направления подготовки:**  
02.03.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки:**  
Квантовая теория информации, Распределенные системы и искусственный интеллект
- 3. Квалификация выпускника:**  
бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**  
кафедра цифровых технологий
- 6. Составители программы:**  
Вахитова Екатерина Васильевна, кандидат физико-математических наук, профессор
- 7. Рекомендована:**  
НМС ФКН (протокол № 7 от 03.05.23)
- 8. Учебный год:** 2023-2024                      **Семестр:** 2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целью освоения учебной дисциплины является:

– формирование представлений об аналитической геометрии: элементы векторной алгебры, уравнения прямой на плоскости и в пространстве и уравнения плоскости в аффинной системе координат

Задачи учебной дисциплины:

– изучить основные понятия и уметь доказывать теоремы аналитической геометрии;

– уметь применять результаты аналитической геометрии при решении задач.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана.

Требования к входным знаниям, умениям и навыкам: иметь знания по школьному курсу математики.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы аналитической геометрии и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1	Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Знать: основные понятия и факты в области аналитической геометрии
		ОПК-1.2	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов аналитической геометрии и моделирования.	Уметь: применять методы аналитической геометрии при решении задач, формулировать и доказывать теоремы
		ОПК-1.3	Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Владеть: навыками решения задач аналитической геометрии и практического использования методов аналитической геометрии при решении различных задач

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 4/144.

Форма промежуточной аттестации: экзамен

## 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			2 семестр
Аудиторные занятия		64	64
в том числе:	лекции	32	32
	практические	32	32
	лабораторные	0	
Самостоятельная работа		44	44

Текущая аттестация	36	36
Форма промежуточной аттестации(экзамен)	36	36
Итого:	144	144

### 13.1. Содержание дисциплины

№п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Элементы векторной алгебры	Аффинное пространство. Вектор, свободный вектор, операции над векторами и их свойства. Модуль суммы и модуль разности двух векторов. База аффинная и прямоугольная декартова, разложение вектора по базе. Условия коллинеарности двух векторов, заданных в базе. Формулы для вычисления длины вектора и угла между векторами по координатам. Скалярное, векторное и смешанное произведения	
1.2	Уравнения прямой на плоскости в аффинной системе координат	Способы задания прямой в аффинной системе координат. Различные уравнения прямой. Параметрическое задание прямой. Прямая как линия первого порядка	
1.3	Уравнения прямой и плоскости в пространстве	Способы задания прямой и плоскости в аффинной системе координат. Различные уравнения прямой и плоскости. Параметрическое задание плоскости. Плоскость как поверхность первого порядка	
1.4	Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола	Определения, графики, вывод канонических уравнений эллипса, гиперболы и параболы	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Элементы векторной алгебры	Аффинное пространство. Вектор, свободный вектор, операции над векторами и их свойства. Модуль суммы и модуль разности двух векторов. База аффинная и прямоугольная декартова, разложение вектора по базе. Условия коллинеарности двух векторов, заданных в базе. Формулы для вычисления длины вектора и угла между векторами по координатам. Скалярное, векторное и смешанное произведения	
2.2	Уравнения прямой на плоскости в аффинной системе координат	Способы задания прямой в аффинной системе координат. Различные уравнения прямой. Параметрическое задание прямой. Прямая как линия первого порядка	
2.3	Уравнения прямой и плоскости в пространстве	Способы задания прямой и плоскости в аффинной системе координат. Различные уравнения прямой и плоскости. Параметрическое задание плоскости. Плоскость как поверхность первого порядка	
2.4	Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола	Определения, графики, вывод канонических уравнений эллипса, гиперболы и параболы	

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)			
		Лекции	Практические /Лабораторн	Самостоя-тельная	Всего

			ые	работа	
1	Элементы векторной алгебры	12	12	10	34
2	Уравнения прямой на плоскости в аффинной системе координат	10	10	14	34
3	Уравнения прямой и плоскости в пространстве	6	6	10	22
4	Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола	4	4	10	18
	Итого:	32	32	44	108

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины.

Лекционные занятия формируют базу для практических занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, конспектов практических занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы. Обязательным элементом самостоятельной работы является выполнение домашнего задания.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения требуется выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к онлайн-занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

В рамках дисциплины предусмотрено проведение трёх текущих аттестаций за семестр. Результаты текущей успеваемости учитываются при выставлении оценки по промежуточной аттестации в соответствии с положением П ВГУ 2.1.04.16–2019 «Положение о текущей и промежуточной аттестации знаний, умений и навыков обучающихся на факультете компьютерных наук Воронежского государственного университета с использованием балльно-рейтинговой системы».

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом их индивидуальных психофизических особенностей и в соответствии с индивидуальной

программой реабилитации. Для лиц с нарушением слуха при необходимости допускается присутствие на лекциях и практических занятиях ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки на зачете может быть увеличено. Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации (например, с использованием программ-синтезаторов речи), а также использование на лекциях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т.д.). На лекциях и практических занятиях при необходимости допускается присутствие ассистента. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам. При необходимости время подготовки на экзамене может быть увеличено. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата при необходимости допускается присутствие ассистента на лекциях и практических занятиях. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата проводится на общих основаниях, при необходимости процедура экзамена может быть реализована дистанционно.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№п /п	Источник
1	Александров, П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник. – Электрон. дан. – СПб. : Лань, 2009. – 512 с. – Режим доступа: <a href="http://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=493">http://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=493</a>
2	Беклемишева, Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.А. Беклемишева, Д.В. Беклемишев, А.Ю. Петрович. – Электрон. дан. – СПб. : Лань, 2008. – 496 с. – Режим доступа: <a href="http://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=76">http://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=76</a>

б) дополнительная литература:

№п /п	Источник
1	Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М. : Лань, 2010. – 224 с.
2	Ильин В. А. Аналитическая геометрия / В.А.Ильин, Э.Г. Позняк. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 223 с.
3	Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д.В.Беклемишев. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 304с.
4	Федотов А. Г. Аналитическая геометрия / А. Г.Федотов, Б.В. Карпов. – М. : МГИЭИМ, 2005. – 158 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№п /п	Ресурс
1	ЗНБ ВГУ: <a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a>
3	Электронно-библиотечная система "Лань": <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>
5	Электронный университет ВГУ: <a href="https://edu.vsu.ru/">https://edu.vsu.ru/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№п/ п	Источник
1	Вахитова Е. В. Аналитическая геометрия. Часть I. Векторная алгебра : учебнометодическое пособие для вузов / Р. Х. Вахитов, Е. В. Вахитова. – Воронеж: Изд. - полиграф. центр ВГУ, 2012. – 46 с.

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение)

Подборка, изучение и анализ литературных источников по заданным темам, подготовка к практическим занятиям, текущим аттестациям, экзамену.

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория для лекционных занятий: специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска).

Аудитория для практических занятий: специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска).

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Элементы векторной алгебры	ОПК - 1	ОПК – 1.1	Контрольная работа №1
2	Уравнения прямой на плоскости в аффинной системе координат	ОПК - 1	ОПК – 1.2	Контрольная работа №2
3	Уравнения прямой и плоскости в пространстве. Кривые второго порядка	ОПК - 1	ОПК – 1.3	Контрольная работа №3
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью контрольных работ

#### Перечень заданий для контрольных работ:

##### Контрольная работа № 1

###### КИМ 1

**Задание 1 (15 баллов).** Доказать с помощью векторов свойство средней линии треугольника.

**Задание 2 (15 баллов).** Вычислить площадь ориентированного треугольника  $ABC$  с вершинами  $A(0,1)$ ,  $B(4,3)$ ,  $C(1,-1)$  в прямоугольной декартовой системе координат.

**Задание 3 (20 баллов).** Доказать, что длина суммы двух векторов не больше суммы длин векторов.

###### КИМ 2

**Задание 1 (15 баллов).** Доказать с помощью векторов свойство средней линии трапеции.

**Задание 2 (15 баллов).** Вычислить площадь ориентированного треугольника  $ABC$  с вершинами  $A(2,1)$ ,  $B(-2,2)$ ,  $C(0,-7)$  в прямоугольной декартовой системе координат.

**Задание 3 (20 баллов).** Доказать, что длина разности двух векторов не больше суммы длин векторов.

## Контрольная работа № 2

КИМ 1

**Задание 1 (15 баллов).** Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(1, -3)$  и параллельной вектору  $p=(2, -5)$ .

**Задание 2 (15 баллов).** Даны вершины треугольника:  $A(2, 2)$ ,  $B(-2, -8)$ ,  $C(-6, -2)$ . Составить уравнение медианы  $BM_2$  треугольника.

**Задание 3 (20 баллов).** Вычислить площадь ориентированного треугольника  $ABC$  с вершинами  $A(0, 1)$ ,  $B(4, 3)$ ,  $C(1, -1)$  в прямоугольной декартовой системе координат.

КИМ 2

**Задание 1 (15 баллов).** Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(2, -3)$ , параллельной оси  $Ox$ .

**Задание 2 (15 баллов).** Даны вершины треугольника:  $A(2, 2)$ ,  $B(-2, -8)$ ,  $C(-6, -2)$ . Составить уравнение медианы  $AM_1$  треугольника.

**Задание 3 (20 баллов).** Вычислить площадь ориентированного треугольника  $ABC$  с вершинами  $A(2, 1)$ ,  $B(-2, 2)$ ,  $C(0, -7)$  в прямоугольной декартовой системе координат.

## Контрольная работа № 3

КИМ 1

**Задание 1 (15 баллов).** Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(1, 3, 7)$  и параллельной вектору  $p=(3, -2, 4)$ .

**Задание 2 (15 баллов).** Написать уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(1, 2, -3)$ ,  $M_2(0, 1, 0)$  и параллельной оси  $Ox$ .

**Задание 3 (20 баллов).** Написать нормальное уравнение плоскости, заданной в прямоугольной декартовой системе координат уравнением  $3x+4y-11^{1/2}z-5=0$ .

КИМ 2

**Задание 1 (15 баллов).** Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(2, -3, 4)$  и параллельной оси  $Ox$ .

**Задание 2 (15 баллов).** Написать уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(1, 2, -3)$ ,  $M_2(0, 1, 0)$  и параллельной оси  $Oy$ .

**Задание 3 (20 баллов).** Определить углы между плоскостями, заданными в прямоугольной декартовой системе координат уравнениями:  $3^{1/2}x+y-3=0$ ,  $2x+2(3^{1/2}y-12^{1/2}z)+15=0$ .

## Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме письменных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний.

### Критерии оценивания контрольных работ

- 0-24 балла — «неудовлетворительно»
- 25-34 балла — «удовлетворительно»
- 35-44 балла — «хорошо»
- 45-50 баллов — «отлично»

## Задания для контроля остаточных знаний

### Задания с выбором ответа

№	Задание	Варианты ответа	Верный ответ
1	Даны вершины $\triangle ABC$ : $A(2,2)$ , $B(-2,-8)$ , $C(-6,-2)$ . Составить уравнение медианы $AM_1$ .	1) $2 - 7(x - 2) = 0$ 2) $x + y + 3 = 0$ 3) $x + 6(y - 2) = 0$ 4) $7x - 6y - 2 = 0$ 5) $3y + 1 = 0$	4)
2	Вычислить площадь $\triangle ABC$ с вершинами $A(2,1)$ , $B(-2,2)$ , $C(0,-7)$ в прямоугольной декартовой системе координат.	1) 34 кв. ед. 2) 11,25 кв. ед. 3) 10 кв. ед. 4) 6 кв. ед. 5) 17 кв. ед.	5)
3	Написать нормальное уравнение плоскости, заданной в прямоугольной декартовой системе координат уравнением $3x + 4y - \sqrt{11}z - 5 = 0$ .	1) $\frac{1}{2}x + \frac{2}{5}y - \frac{\sqrt{11}}{6}z - \frac{5}{6} = 0$ 2) $3x + 4y = 0$ 3) $\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y - \frac{5}{6} = 0$ 4) $\sqrt{11}z + 5 = 0$ 5) $4y - \sqrt{11}z = 0$	1)
4	Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2, -3, 4)$ и параллельной оси $Ox$ .	1) $\begin{cases} y - 3 = 0, \\ z - 4 = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y + 3 = 0, \\ z - 4 = 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y = 2, \\ z = 4 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x + 3 = 0, \\ z + 4 = 0 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x = 2, \\ y = -3, \\ z = -4 \end{cases}$	2)
5	Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(1, -3)$ и параллельной вектору $\vec{p} = (2, -5)$ .	1) $y + 1 = 0$ 2) $5x - 2y = 0$ 3) $5x + 2y + 1 = 0$ 4) $1 + 5(x - 1) = 0$ 5) $y + 3 = 0$	3)
6	Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(1, -3)$ и с направляющим вектором $\vec{q} = (2, -5)$ .	1) $x - 1 = 0$ 2) $y + 3 = 0$ 3) $3x + 2y + 1 = 0$	4)



		4) $5x + 2y + 1 = 0$ 5) $y + 1 = 0$	
7	Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = (3,4,7)$ , $\vec{b} = (2, -5,2)$ .	1) 1 2) 0 3) 7 4) -1 5) 3	2)
8	Найти векторное произведение векторов $\vec{a} = (2,3,5)$ , $\vec{b} = (1,2,1)$ .	1) $(2,3,-1)$ 2) $(-1,1,3)$ 3) $(-7,3,1)$ 4) $(1,0,1)$ 5) $(5,-3,1)$	3)
9	Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1,2, -3)$ , $M_2(0,1,0)$ и параллельной оси $Oy$ .	1) $3y - z = 0$ 2) $x + 4 = 0$ 3) $y - 2 = 0$ 4) $z + 3 = 0$ 5) $3x + z = 0$	5)
10	Определить угол между плоскостями, заданными в прямоугольной системе координат уравнениями: $\sqrt{3}x + y - 3 = 0$ , $2x + 2\sqrt{3}y - 2\sqrt{2}z = 0$ .	1) $\frac{2\pi}{3}$ 2) $\arccos \frac{1}{7}$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) $\frac{\pi}{6}$ 5) $\frac{\pi}{3}$	3)

### Задания с кратким ответом

№	Задание	Верный ответ
1	Если $x = (5\vec{a} + 3\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$ , $ \vec{a}  = 2$ , $ \vec{b}  = 3$ , $\vec{a} \perp \vec{b}$ , то получим, что $x = \dots$	13
2	Векторы $\vec{a} = (2,5,7)$ , $\vec{b} = (1,1,-1)$ , $\vec{c} = (1,2,2)$ компланарны, если ...	$d_3 = 0$
3	Если $\vec{a} = (1,2,3)$ , $\vec{b} = (6,4,-2)$ , $\varphi$ – угол между векторами, то $\varphi = \dots$	$\arccos \frac{2}{7}$
4	Если прямая задана начальной точкой $M_0(0,0)$ и угловым коэффициентом $k = 0$ , то уравнение прямой ...	$y = 0$
5	Если векторы $\vec{e}_1$ , $\vec{e}_2$ образуют аффинную базу, то $\vec{e}_1$ и $\vec{e}_2$ ...	неколлинеарные

### Задания с развёрнутым ответом

**Задача 1.** Даны вершины  $\triangle ABC$ :  $A(2,2)$ ,  $B(-2,-8)$ ,  $C(-6,-2)$ . Составить уравнение медианы  $BM_2$ .

*Решение.* Найдем координаты точки  $M_2(x, y)$  как середины  $AC$ .

$$\begin{cases} x = \frac{x_1+x_2}{2}, \\ y = \frac{y_1+y_2}{2}. \end{cases}$$

$$x = \frac{2-6}{2} = -2, \quad y = \frac{2-2}{2} = 0, \quad \text{следовательно, } M_2(-2,0).$$

Уравнение медианы  $BM_2$  найдем как уравнение прямой, проходящей через 2 различные точки  $B(-2,-8)$  и  $M_2(-2,0)$ .

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} x+2 & y+8 \\ -2+2 & 0+8 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+2 & y+8 \\ 0 & 8 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 8(x+2) - 0(y+8) = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 8(x+2) = 0 \Leftrightarrow x+2 = 0 - \text{искомое уравнение медианы } BM_2.$$

*Ответ.*  $x+2=0$ .

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения ИЛИ Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

**Задача 2.** Вычислить площадь  $\triangle ABC$  с вершинами  $A(0,1)$ ,  $B(4,3)$ ,  $C(1,-1)$  в прямоугольной декартовой системе координат.

*Решение.*  $S_{\triangle ABC} = \left| \frac{1}{2} d_3 \right|$ , где  $d_3 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$ .

$$d_3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 + 1 - 4 - 3 - 0 - 4 = -10, \quad d_3 = -10.$$

$$S_{\triangle ABC} = \left| \frac{1}{2} d_3 \right| = \left| \frac{1}{2} (-10) \right| = 5 \text{ (кв. ед.)}.$$

*Ответ.* 5 (кв. ед.).

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения ИЛИ Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

**Задача 3.** Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(2, -3)$  и параллельной  $Ox$ .

*Решение.*  $M_0(2, -3)$ ,  $\vec{p} \neq \vec{0}$ ,  $\vec{p} \parallel l$ ,  $l \parallel Ox \Rightarrow \vec{p} = \vec{e}_1 = (1, 0)$ .

$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 \\ \alpha & \beta \end{vmatrix} = 0$  – уравнение прямой, проходящей через точку  $M_0(x_0, y_0)$  и с направляющим вектором  $\vec{p} = (\alpha, \beta)$ , где  $x_0, y_0, \alpha, \beta \in \mathbf{R}$ .

$\begin{vmatrix} x - 2 & y + 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 0(x - 2) - 1(y + 3) = 0 \Leftrightarrow y + 3 = 0$  – искомое уравнение прямой  $l$ .

*Ответ.*  $y + 3 = 0$ .

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения ИЛИ Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

**Задача 4.** Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $M_0(1, 3, 7)$  и с направляющим вектором  $\vec{p} = (3, -2, 4)$ .

*Решение.*  $\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 \\ \alpha & \beta \end{vmatrix} = 0$ ,  $\begin{vmatrix} y - y_0 & z - z_0 \\ \beta & \gamma \end{vmatrix} = 0$ ,  $\begin{vmatrix} z - z_0 & x - x_0 \\ \gamma & \alpha \end{vmatrix} = 0$  – одновременно равны нулю три определителя второго порядка,  $\vec{p} = (\alpha, \beta, \gamma)$ , начальная точка  $M_0(x_0, y_0)$ , где  $x_0, y_0, z_0, \alpha, \beta, \gamma \in \mathbf{R}$ .

1)  $\begin{vmatrix} x - 1 & y - 3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = 0$ ,  $-2(x - 1) - 3(y - 3) = 0$ ,  $-2x + 2 - 3y + 9 = 0$ ,  $2x + 3y - 11 = 0$ ,

2)  $\begin{vmatrix} y - 3 & z - 7 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 0$ ,  $4(y - 3) + 2(z - 7) = 0$ ,  $4y - 12 + 2z - 14 = 0$ ,  $2y + z - 13 = 0$ ,

3)  $\begin{vmatrix} z - 7 & x - 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 0$ ,  $3(z - 7) + 4(x - 1) = 0$ ,  $3z - 21 - 4x + 4 = 0$ ,  $4x - 3z + 17 = 0$ .

Итак, искомое уравнение прямой имеет вид:

$$\begin{cases} 2x + 3y - 11 = 0, \\ 2y + z - 13 = 0, \\ 4x - 3z + 17 = 0. \end{cases}$$

*Ответ.*  $\begin{cases} 2x + 3y - 11 = 0, \\ 2y + z - 13 = 0, \\ 4x - 3z + 17 = 0. \end{cases}$

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения ИЛИ Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

**Задача 5.** Написать уравнение плоскости, проходящей через чки  $M_1(1,2,-3)$ ,  $M_2(0,1,0)$  и параллельной оси  $Ox$ .

*Решение.* Если начальная точка  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ ,  $\vec{p} = (\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ ,  $\vec{q} = (\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$  – направляющие векторы.  $\vec{p} \nparallel \vec{q}$ ,  $x_0, y_0, z_0, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \alpha_2, \beta_2, \gamma_2 \in \mathbf{R}$ , то уравнение плоскости имеет вид:

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\vec{p} = \overline{M_1M_2} = (0 - 1, 1 - 2, 0 - (-3)) = (-1, -1, 3).$$

$$\vec{p} = (-1, -1, 3).$$

$$\vec{q} \parallel Ox, \quad \vec{q} = \vec{e}_1 = (1, 0, 0), \quad \vec{p} \nparallel \vec{q}.$$

$M_1$  – начальная точка,  $M_1(1, 2, -3)$ .

$$\begin{vmatrix} x - 1 & y - 2 & z + 3 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 0 + 3(y - 2) + 0 + (z + 3) - 0 = 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow 3y + z - 3 = 0 \quad \text{– искомое}$$

уравнение плоскости.

*Ответ.*  $3y + z - 3 = 0$ .

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения ИЛИ Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

*перечень практических заданий, вопросов к экзамену и порядок формирования КИМ*

### Перечень вопросов к экзамену:

1. Основные понятия: вектор, длина (модуль) вектора, коллинеарные векторы, равные векторы.
2. Перенос вектора в точку (отложение вектора от точки).
3. Операции: сложение, вычитание, умножение на ненулевое действительное число, деление коллинеарных векторов.
4. Теорема о модуле суммы двух векторов.
5. Теорема о модуле разности двух векторов.
6. Понятие базы плоскости (аффинной, прямоугольной декартовой).
7. Теорема о разложении вектора по базе (аффинная база).
8. Формулы длины вектора, косинуса и синуса угла между векторами (в прямоугольной декартовой базе).
9. Теорема об условиях коллинеарности двух векторов, заданными координатами в аффинной базе (с помощью определителя). Другие теоремы о коллинеарности векторов.
10. Понятие аффинного  $n$ -мерного пространства.
11. Формулы координат радиус-вектора точки, координат вектора по его концам.
12. Деление направленного отрезка в данном отношении.
13. Координаты точки  $M$ , делящей направленный отрезок в данном отношении.
14. Понятия линейно зависимой системы векторов и линейно независимой системы векторов.
15. Площадь треугольника по координатам его вершин (с помощью определителя).
16. Понятие ориентированного треугольника и его площади.

17. Полярные координаты.
18. Скалярное произведение двух векторов (понятие и формулы).
19. Векторное произведение двух векторов (понятие и формулы).
20. Смешанное произведение трех векторов (понятие и формулы).
21. Способы задания прямой на плоскости в аффинной системе координат.
22. Уравнение прямой на плоскости, заданной начальной точкой и направляющим вектором.
23. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через две различные точки.
24. Уравнение прямой на плоскости в отрезках.
25. Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом.
26. Параметрическое задание прямой на плоскости.
27. Прямая как линия первого порядка.
28. Условие совпадения двух прямых.
29. Геометрический смысл знака трехчлена  $Ax + By + C$ .
30. Способы задания прямой в прямоугольной системе координат.
31. Уравнение прямой, заданной точкой и нормальным вектором.
32. Нормальное уравнение прямой.
33. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
34. Угол между двумя прямыми на плоскости.
35. Взаимное расположение двух прямых.
36. Способы задания прямой в пространстве аффинной системе координат.
37. Уравнение прямой в пространстве, заданной начальной точкой и направляющим вектором.
38. Уравнение прямой в пространстве, проходящей через две различные точки.
39. Прямая как линия пересечения двух плоскостей и ее уравнение.
40. Параметрическое задание прямой в пространстве.
41. Формула для вычисления угла между двумя прямыми в пространстве.
42. Вычисление угла между прямой и плоскостью.
43. Формула расстояния от точки до прямой в пространстве.
44. Способы задания плоскости в аффинной системе координат.
45. Уравнение плоскости, заданной начальной точкой и двумя направляющими векторами.
46. Уравнение плоскости, проходящей через три неколлинеарные точки.
47. Уравнение плоскости в отрезках.
48. Параметрическое задание плоскости.
49. Плоскость как поверхность первого порядка.
50. Условие параллельности вектора и плоскости.
51. Способы задания плоскости в прямоугольной декартовой системе координат.
52. Уравнение плоскости, заданной точкой и нормальным вектором.
53. Нормальное уравнение плоскости.
54. Нормальный вектор плоскости, заданной общим уравнением.
55. Формула расстояния от точки до плоскости.
56. Кривые второго порядка: эллипс.
57. Кривые второго порядка: гипербола.
58. Кривые второго порядка: парабола.

### Перечень практических заданий

1. Вычислить площадь ориентированного треугольника  $ABC$  с вершинами  $A(0,1)$ ,  $B(4,3)$ ,  $C(1,-1)$  в прямоугольной декартовой системе координат.
2. Вычислить площадь ориентированного треугольника  $ABC$  с вершинами  $A(2,1)$ ,  $B(-2,2)$ ,  $C(0,-7)$  в прямоугольной декартовой системе координат.
3. Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(1,-3)$  и параллельной вектору  $\mathbf{p}=(2,-5)$ .
4. Даны вершины треугольника:  $A(2,2)$ ,  $B(-2,-8)$ ,  $C(-6,-2)$ . Составить уравнение медианы  $AM_1$  треугольника.
5. Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(2,-3)$ , параллельной оси  $Ox$ .
6. Даны вершины треугольника:  $A(2,2)$ ,  $B(-2,-8)$ ,  $C(-6,-2)$ . Составить уравнение медианы  $BM_2$  треугольника.
7. Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(1,3,7)$  и параллельной вектору  $\mathbf{p}=(3,-2,4)$ .
8. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(1,2,-3)$ ,  $M_2(0,1,0)$  и параллельной оси  $Ox$ .
9. Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(2,-3,4)$  и параллельной оси  $Ox$ .
10. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_1(1,-3,0)$  и параллельной векторам  $\mathbf{p}=(1,3,-4)$  и  $\mathbf{q}=(0,1,2)$ .

11. Вычислить площадь ориентированного треугольника  $ABC$  с вершинами  $A(0,1)$ ,  $B(4,3)$ ,  $C(1,-1)$  в прямоугольной декартовой системе координат.
12. Вычислить площадь ориентированного треугольника  $ABC$  с вершинами  $A(2,1)$ ,  $B(-2,2)$ ,  $C(0,-7)$  в прямоугольной декартовой системе координат.
13. Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(1,3)$  и параллельной вектору  $\mathbf{p}=(2,5)$ .
14. Даны вершины треугольника:  $A(2,2)$ ,  $B(-2,-8)$ ,  $C(-6,-2)$ . Составить уравнение медианы  $CM_3$  треугольника..
15. Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(2,-3)$ , параллельной оси  $Oy$ .
16. Даны вершины треугольника:  $A(2,0)$ ,  $B(-4,0)$ ,  $C(0,8)$ . Составить уравнение медианы  $BM_2$  треугольника..
17. Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(4,3,7)$  и параллельной вектору  $\mathbf{p}=(2,-2,5)$ .
18. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(1,2,-3)$ ,  $M_2(0,1,0)$  и параллельной оси  $Oz$ .
19. Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(0,3)$ , параллельной оси  $Ox$ .
20. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_1(-1,3,0)$  и параллельной векторам  $\mathbf{p}=(1,-3,4)$  и  $\mathbf{q}=(0,1,0)$ .
21. Вычислить площадь ориентированного треугольника  $ABC$  с вершинами  $A(0,1)$ ,  $B(4,3)$ ,  $C(1,-1)$  в прямоугольной декартовой системе координат.
22. Вычислить площадь ориентированного треугольника  $ABC$  с вершинами  $A(2,1)$ ,  $B(-2,2)$ ,  $C(0,-7)$  в прямоугольной декартовой системе координат.
23. Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(-1,3)$  и параллельной вектору  $\mathbf{p}=(-2,5)$ .
24. Даны вершины треугольника:  $A(2,0)$ ,  $B(-4,0)$ ,  $C(0,8)$ . Составить уравнение медианы  $AM_1$  треугольника..
25. Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(2,1)$ , параллельной оси  $Oz$ .
26. Даны вершины треугольника:  $A(2,0)$ ,  $B(-4,0)$ ,  $C(0,8)$ . Составить уравнение медианы  $CM_3$  треугольника..
27. Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(5,3,1)$  и параллельной вектору  $\mathbf{p}=(3,-3,4)$ .
28. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(1,2,-3)$ ,  $M_2(0,1,0)$  и параллельной оси  $Oy$ .
29. Написать уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0(-2,3)$ , параллельной оси  $Oy$ .
30. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_1(2,-3,0)$  и параллельной векторам  $\mathbf{p}=(1,0,-4)$  и  $\mathbf{q}=(3,1,2)$ .

Примечание. Номер задачи соответствует номеру КИМ на экзамене.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.	–	Неудовлетворительно